

# Расчет характеристик метаматериалов с электрической и магнитной анизотропией

О.В. Осипов<sup>а</sup>, Н.В. Рогова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 443010, ул. Л. Толстого 23, Самара, Россия

## Аннотация

В работе рассматривается аналитическое решение задачи об отражении плоской электромагнитной волны линейной поляризации от планарного слоя метаматериала, описываемого одновременно тензорами диэлектрической и магнитной проницаемости, а также обладающего свойством киральности. Для решения задачи получены аналитические выражения для векторов электромагнитного поля в метаматериале в приближении малости параметра киральности и недиагональных компонент тензоров проницаемостей. Дальнейшее решение задачи проведено при помощи метода частичных областей и сведено к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов отражения и прохождения основной и кросс-поляризованной компонент поля. Для описания метаматериала использовались дисперсионные соотношения для относительной диэлектрической проницаемости и параметра киральности для оптически активной среды. Анализ численных результатов показал, что метаматериал обладает ярко выраженными частотно селективными свойствами и на определенных частотах позволяет преобразовывать нормально падающее излучение в рассеяние в плоскости самого метаматериала, то есть производить изменение направления вектора Умова-Пойнтинга.

**Ключевые слова:** метаматериал; оптическая активность; анизотропия; киральная среда; тензор диэлектрической проницаемости; тензор магнитной проницаемости.

## 1. Введение

В настоящее время значительный интерес в СВЧ и оптическом диапазонах представляет исследование различных типов метаматериалов, то есть структур, обладающих нестандартными (для естественных сред) свойствами, возникающими при их взаимодействии с падающим излучением. Метаматериалы представляют собой композитные метасреды, состоящие как минимум из двух разновидностей материалов [1].

В 1968 году В.Г. Веселаго выдвинул гипотезу о существовании метаматериалов с отрицательным показателем преломления [2]. Однако вплоть до XXI века подобные материалы в природе не были найдены, но в тоже время 90-ые годы XX века отождествились в электродинамике с бумом исследования биизотропных и бианизотропных сред, обладающих свойством киральности в СВЧ диапазоне. Киральный метаматериал принципиально содержит в своей структуре зеркально асимметричные элементы (атомы). В частности, было доказано, что элементы киральной формы наиболее выгодны для создания среды с отрицательным преломлением. В 2000 году идея В.Г. Веселаго была воплощена Дэвидом Смитом с коллегами из Калифорнийского университета, которые изготовили материал с отрицательным показателем преломления [3]. С помощью созданного метаматериала удалось создать суперлинзу, позволившую получить изображение размером меньше длины волны используемого света. Именно тогда же был сформулирован основной принцип: ключ к созданию необходимого метаматериала – разработка материала с нужной реакцией на электрические и магнитные поля. В 2000 году Пендри доказал, что линза может фокусировать как ближние, так и дальние поля, если она обладает плоской геометрией и создана из материала с отрицательным преломлением [4]. В настоящее время активно исследуются также такие виды метаматериалов как наноструктурированные слоистые системы, киральные среды с сильной оптической активностью, плазмонно-поляритонные системы и т.п. Как видно, метаматериалы, по сути, за последние 10 лет «перешли» из СВЧ области в оптический диапазон и что самое главное: их активное исследование связано с возможностью создания на их основе элементов терагерцовой оптики.

## 2. Объект исследования

В данной работе рассматривается общий подход к расчету характеристик метаматериалов, которые относятся к классу бианизотропных, то есть свойства которых описываются одновременно тензорами диэлектрической и магнитной проницаемости, а также параметром киральности. Интерес к подобному классу метаматериалов обусловлен тем, что их свойства можно изменять при помощи внешних электрических и магнитных полей, так как от них зависят, в частности, недиагональные элементы тензоров. Таким образом, подобные метаматериалы являются электрически и (или) магнитно-управляемыми. Кроме того, для общности будем считать, что метаматериал обладает свойством киральности (оптической активности) и его диэлектрическая проницаемость (диагональный элемент тензора) и параметр киральности зависят от частоты [5].

Геометрия задачи показана на рис. 1. В работе рассматривается падение плоской электромагнитной волны линейной поляризации частоты  $\omega$  (СВЧ или оптического диапазона) на планарный слой бианизотропного метаматериала толщиной  $h$ . Волна падает под углом  $\theta$ . Метаматериал предполагается бесконечно протяженным вдоль одной из координатных осей. Области 1 и 3 представляют собой диэлектрики. Область 2 на рис. 1 – исследуемый метаматериал.

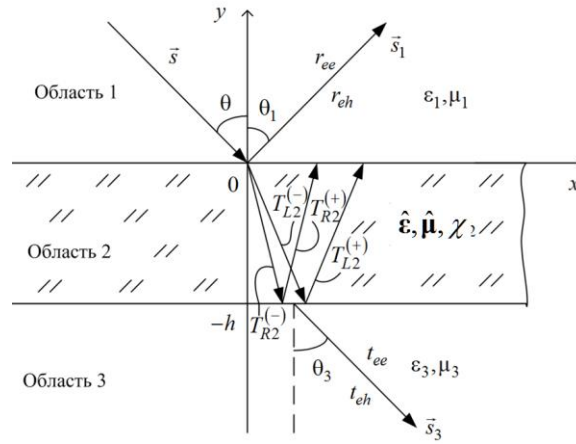


Рис.1. Геометрия задачи.

Для описания слоя метаматериала используются следующие материальные параметры:

- тензор диэлектрической проницаемости:

$$\vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{\parallel} & i\epsilon_a & 0 \\ -i\epsilon_a & \epsilon_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\perp} \end{bmatrix}; \quad (1)$$

- тензор магнитной проницаемости:

$$\vec{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{\parallel} & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\perp} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

В выражениях (1) и (2):  $\epsilon_a, \epsilon_{\parallel}, \epsilon_{\perp}$  – элементы тензора диэлектрической проницаемости, зависящие от напряженности внешнего электрического поля;  $\mu_a, \mu_{\parallel}, \mu_{\perp}$  – элементы тензора магнитной проницаемости, зависящие от напряженности внешнего магнитного поля. Явный вид указанных элементов определяется используемым материалом.

Для описания взаимодействия электромагнитной волны с бианизотропным метаматериалом используются следующие тензорные материальные уравнения:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \vec{\epsilon} \mathbf{E} - i\chi \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \vec{\mu} \mathbf{H} + i\chi \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \mathbf{E}, \quad (3)$$

где  $\epsilon_0, \mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные вакуума;  $\chi$  – относительный параметр киральности (оптической активности) среды;  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  – векторы напряженности электрического и магнитного полей;  $\mathbf{B}, \mathbf{D}$  – векторы индукций электрического и магнитного полей;  $i$  – мнимая единица.

Сложная форма материальных уравнений и физические основы взаимодействия электромагнитного излучения с киральными средами приводят к возникновению явления кросс-поляризации поля при взаимодействии, то есть в структурах отраженного и прошедшего полей возникают составляющие поля, соответствующие поляризации, ортогональной поляризации падающего излучения. Наличие кросс-поляризованных компонент поля также будет учитываться при решении задачи.

Целью работы является определение коэффициентов отражения и прохождения основной и кросс-поляризованной компонент поля при падении волны на планарный слой метаматериала, описываемого материальными уравнениями (3).

### 3. Методы

Задача решалась методом частичных областей. Сложность решения данной задачи связана с необходимостью определения векторов электромагнитного поля в бианизотропной среде, свойства которой описываются двумя тензорами и параметром киральности. В силу малости значений  $\epsilon_a, \mu_a$  и  $\chi$  при решении предполагалось, что любые произведения указанных величин, дающие третью степень, считались равными нулю.

На первом этапе решения задачи из уравнений Максвелла с учетом материальных уравнений (1) были получены связанные тензорные дифференциальные уравнения 2-го порядка относительно векторов напряженностей электрического и магнитного полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ :

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 (\ddot{\mathbf{E}} + \chi^2) \mathbf{E} - 2ik_0^2 \ddot{\chi} \mathbf{H} = 0; \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 (\ddot{\mathbf{H}} + \chi^2) \mathbf{H} + 2ik_0^2 \dot{\chi} \mathbf{E} = 0, \quad (4)$$

где  $k_0 = \omega/c$  – волновое число для плоской однородной волны в вакууме;  $c$  – скорость света;  $\omega$  – частота падающего излучения;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа в декартовой системе координат.

На следующем этапе из уравнений (4) были получены несвязанные дифференциальные уравнения четвертого порядка относительно  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ :

$$\nabla^4 \mathbf{E} + 2k_0^2 (\ddot{\mathbf{E}} + \chi^2) \nabla^2 \mathbf{E} + k_0^4 (\ddot{\mathbf{E}} - \chi^2)^2 \mathbf{E} = 0; \quad \nabla^4 \mathbf{H} + 2k_0^2 (\ddot{\mathbf{H}} + \chi^2) \nabla^2 \mathbf{H} + k_0^4 (\ddot{\mathbf{H}} - \chi^2)^2 \mathbf{H} = 0. \quad (5)$$

Решения уравнений (5) представляют собой суперпозиции 4-х волн с право (ПКП) и левокруговыми (ЛКП) поляризациями, первая пара которых является прошедшими волнами внутрь бианизотропного материала, а вторая – волнами, отраженными от внешней области 3. Также были получены выражения, связывающие продольные и поперечные компоненты векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ .

В результате из дифференциальных уравнений (5) были получены аналитические выражения для продольных составляющих векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в бианизотропном слое (область 2), через которые затем определялись поперечные составляющие:

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} &= T_R^{(-)} e^{-ik_R(s_R^{(-)}, \mathbf{r})} + T_R^{(+)} e^{ik_R(s_R^{(+)}, \mathbf{r})} + T_L^{(-)} e^{-ik_L(s_L^{(-)}, \mathbf{r})} + T_L^{(+)} e^{ik_L(s_L^{(+)}, \mathbf{r})}; \\ H_z^{(2)} &= \frac{i}{\eta_2} \left[ T_R^{(-)} e^{-ik_R(s_R^{(-)}, \mathbf{r})} + T_R^{(+)} e^{ik_R(s_R^{(+)}, \mathbf{r})} - T_L^{(-)} e^{-ik_L(s_L^{(-)}, \mathbf{r})} - T_L^{(+)} e^{ik_L(s_L^{(+)}, \mathbf{r})} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\mathbf{s}_{R,L}^{(-)} = \{\sin \theta_{R,L}, -\cos \theta_{R,L}\}$  – единичные вектора, вдоль которых распространяются преломленные волны;  $\mathbf{s}_{R,L}^{(+)} = \{\sin \theta_{R,L}, \cos \theta_{R,L}\}$  – единичные вектора, вдоль которых распространяются волны, отраженные от области 3;  $\theta_{R,L}$  – углы преломления волн ПКП и ЛКП, соответственно;  $\eta^{(2)} = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  – импеданс метаматериала;  $T_R^{(-)}$  и  $T_L^{(-)}$  – коэффициенты прохождения (по полю) волн ПКП и ЛКП в область 2;  $T_R^{(+)}$  и  $T_L^{(+)}$  – коэффициенты отражения (по полю) волн ПКП и ЛКП от области 3 обратно в метаматериал;  $\mathbf{r} = (x, y)$  – радиус-вектор.

В формулах (6):  $k_{R,L} = k_0 [\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \pm \chi]$  – волновые числа для волн с право и левокруговой поляризациями в метаматериале.

Далее решение задачи проводилось классическим методом частичных областей: были определены поля во внешних областях 1 и 3 и использованы граничные условия для тангенциальных составляющих векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  на двух поверхностях раздела бианизотропного слоя с внешними областями:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\tau^{(1)}(y=0) &= \mathbf{E}_\tau^{(2)}(y=0); \quad \mathbf{H}_\tau^{(1)}(y=0) = \mathbf{H}_\tau^{(2)}(y=0); \\ \mathbf{E}_\tau^{(2)}(y=-h) &= \mathbf{E}_\tau^{(3)}(y=-h); \quad \mathbf{H}_\tau^{(2)}(y=-h) = \mathbf{H}_\tau^{(3)}(y=-h), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\mathbf{E}_\tau^{(j)}$  и  $\mathbf{H}_\tau^{(j)}$  – векторы тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного поля в областях  $j=1,2,3$ .

В результате была получена неоднородная система из восьми линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов отражения ( $\mathbf{R} = \{r_{ee}, r_{eh}\}$ ) и прохождения ( $\mathbf{T} = \{t_{ee}, t_{eh}\}$ ) основной ( $ee$ ) и кросс-поляризованной ( $eh$ ) компонент электромагнитного поля:

$$\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{T} = \mathbf{P}, \quad (8)$$

где  $\tilde{\mathbf{A}}$  – квадратная матрица размером  $8 \times 8$ , явный вид элементов которой в статье не приводится в силу их громоздкости;  $\mathbf{P}$  – вектор-столбец, элементы которого определяются типом поляризации падающей волны;

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{ee} & r_{eh} & T_R^{(+)} & T_R^{(-)} & T_L^{(+)} & T_L^{(-)} & t_{ee} & t_{eh} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

#### 4. Результаты и обсуждение

В качестве примера рассмотрим случай искусственного бианизотропного метаматериала СВЧ диапазона. Структура представляет собой планарный контейнер из пенополистирола, в котором равномерно размещены и хаотически ориентированы тонкопроволочные проводящие трёхвитковые спирали. Каждая спираль имеет радиус витка 0.01 м,

радиус проволоки 0.002 м, толщина контейнера 5 см, расстояние  $d$  между спиралями 5 см. Падение волны СВЧ является нормальным к поверхности метаматериала. На рис. 2 представлены частотные зависимости отраженной и прошедшей мощностей основной и кросс-поляризованной компонент поля в диапазоне от 1 до 10 ГГц. Сплошными кривыми на рис. 2 показаны зависимости прошедшей мощности основной компоненты ( $10 \lg |r_{ee}|^2$ ); штриховыми линиями – отраженной мощности основной компоненты ( $10 \lg |r_{ee}|^2$ ); штрихпунктирными линиями – прошедшей мощности кросс-поляризованной компоненты ( $10 \lg |r_{eh}|^2$ ); точечными линиями – отраженной мощности кросс-поляризованной компоненты ( $10 \lg |r_{eh}|^2$ ). Уровни мощности по оси ординат вычислены в дБ.

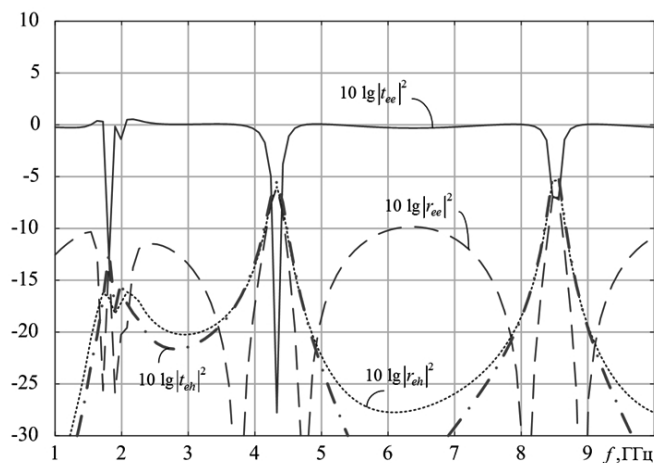


Рис.2. Частотные зависимости отраженной и прошедшей мощности в диапазоне от 1 до 10 ГГц.

На частотах, определяемых соотношением:

$$f_\nu = \frac{c\nu}{2d \sqrt{(\varepsilon_\parallel \mu_\parallel - \chi^2) - \cos^2 \theta}}; (\nu = 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

на характеристиках наблюдаются резонансные минимумы коэффициентов прохождения и отражения основной компоненты. В связи с тем, что потери в среде-контейнере отсутствуют, а потери на тепло в тонкой проволоке малы, можно утверждать, что падающая мощность преобразуется в энергию, рассеиваемую в плоскости метаматериала. Подробный анализ данного явления проводится в [6] для случая метаматериала на основе элементов в виде разомкнутых колец с выступающими прямолинейными концами. На других частотах метаматериал является полностью прозрачным и падающее излучение через него проходит практически без ослабления (вблизи 0 дБ). Таким образом, на основе исследуемого метаматериала удастся получить эффект преобразования нормально падающей волны в рассеяние вдоль поверхности структуры, что, в частности, можно использовать при разработке частотно селективных концентраторов СВЧ энергии.

## 5. Заключение

В работе показан способ расчета характеристик метаматериалов, обладающих электрической и магнитной анизотропией, а также свойством киральности. Удобство предлагаемого подхода заключается в том, что для проведения численного моделирования необходимо лишь для материала явно указать вид тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также дисперсионные соотношения для параметра киральности.

## Литература

- [1] Metamaterials: Physics and Engineering Explorations / edited by N. Engheta, R.W. Ziolkowski. – Hoboken: John Wiley & Sons, 2006. – 414 p.
- [2] Veselago, V.G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\varepsilon$  and  $\mu$  / V.G. Veselago // Sov. Phys. Usp. – 1968. – №10. – P. 509-514.
- [3] Smith, D.R. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, S. Schultz // Physical Review Letters. – 2000. – V.84. – P. 4184.
- [4] Pendry, J.B. Negative refraction makes a perfect lens / J.B. Pendry // Phys. Rev. Let. – 2000. – V.85. – P.3966-3969.
- [5] Semchenko, I.V. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years / I.V. Semchenko, S.A. Tretyakov, N.N. Serdyukov // PIER. – 1996. – V.12. – P.335-370.
- [6] Осипов, О.В. Киральный метаматериал для частотно-селективной концентрации энергии сверхвысокочастотного излучения / О.В. Осипов, А.О. Почепцов, В.И. Юрасов // Инфокоммуникационные технологии, 2014. – Т. 12. – № 4. – С. 76-82.